

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Директор Высшей школы
современной математики
А.Н. Соболевский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Аддитивная комбинаторика
по направлению:	Математика
профиль подготовки:	Фундаментальная математика Высшая школа современной математики Высшая школа современной математики
курс:	3
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Зачет

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 42 час.

Всего часов: 72, всего зач. ед.: 2

Программу составил: А.Н. Соболевский, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании Высшая школа современной математики 02.09.2024

Аннотация

Цель курса - ознакомить слушателей с основами аддитивной комбинаторики. Основной объект изучения аддитивной комбинаторики - сумма двух множеств. В курсе будут покрыты вопросы экстремальной аддитивной теории, которая изучает структуру множеств, у которых сумма мала. Курс покрывает классическую теорему Фреймана, неравенства Плуннеке-Ружи, теорему Воспера, теорему Кнезера и другие вещи, касающиеся в основном экстремальной аддитивной теории.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

освоение аддитивной комбинаторики

Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в области аддитивной комбинаторики;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в области аддитивной комбинаторики;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в области аддитивной комбинаторики.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
	ПК-2.2 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого научного коллектива
	ПК-2.3 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

фундаментальные понятия, законы аддитивной комбинаторики;
 современные проблемы соответствующих разделов аддитивной комбинаторики;
 понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
 основные свойства соответствующих математических объектов;
 аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач аддитивной комбинаторики.

уметь:

понять поставленную задачу;
 использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач аддитивной комбинаторики;
 оценивать корректность постановок задач;
 строго доказывать или опровергать утверждение;
 самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
 самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
 точно представить математические знания в области сложных вычислений в устной и письменной форме.

владеть:

навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
 навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
 культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов аддитивной комбинаторики;
 предметным языком сложных вычислений и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Тема 1	6			8
2	Группы полиномиального роста.	6			8
3	Группы, порожденные автоматами.	6			8
4	Классификация автоматных групп с двумя состояниями и алфавитом (0, 1)	6			8
5	Метод Нильсена.	6			10
Итого часов		30			42
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		72 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 5 (Осенний)

1. Тема 1

Простейшие соотношения между размерами сумм множеств.

2. Группы полиномиального роста.

Рост сложности группы.

3. Группы, порожденные автоматами.

Действия на корневых деревьях.

4. Классификация автоматных групп с двумя состояниями и алфавитом (0, 1)

Теорема Балога-Семереди-Гауэrsa.

Старшие энергии, структурные теоремы.

5. Метод Нильсена.

Метод Нильсена и его геометрическая интерпретация..

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Комбинаторная логика в программировании. Вычисления с объектами в примерах и задачах [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / В. Э. Вольфенгаген ; НОУ Ин-т Актуального образования "ЮрИнфоР-МГУ, Каф. перспективных компьт. исслед. и информ. технологий .— 3-е изд., доп. и перераб. — М. : Ин-т "ЮрИнфоР-МГУ, 2008 .— 384 с.
2. Основы комбинаторики и теории чисел [Текст] : сборник задач : учеб. пособие для вузов / А. А. Глибичук [и др.] .— Долгопрудный : Изд. Дом "Интеллект", 2015 .— 104 с.

Дополнительная литература

1. Конкретная математика. Основание информатики [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Р. Грэхем, Д. Кнут, О. Паташник ; пер. с англ. Б. Б. Походзея, А. Б. Ходулёва ; под ред. А. Б. Ходулёва .— 3-е изд. — М. : Мир : Бином. Лаб. знаний, 2009 .— 703 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных и практических (семинарских) занятиях могут использоваться мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций, а также технологии дистанционной аудиовидеоконференцсвязи.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Методические указания приводятся в разрабатываемых аудиторных и домашних раздаточных материалах (листочках).

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Математика
профиль подготовки: Фундаментальная математика
Высшая школа современной математики
Высшая школа современной математики
курс: 3
квалификация: бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Зачет

Разработчик: А.Н. Соболевский, д-р физ.-мат. наук

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
	ПК-2.2 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого научного коллектива
	ПК-2.3 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Аддитивная комбинаторика» обучающийся должен:

знать:

фундаментальные понятия, законы аддитивной комбинаторики;
 современные проблемы соответствующих разделов аддитивной комбинаторики;
 понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
 основные свойства соответствующих математических объектов;
 аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач аддитивной комбинаторики.

уметь:

понять поставленную задачу;
 использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач аддитивной комбинаторики;
 оценивать корректность постановок задач;
 строго доказывать или опровергать утверждение;
 самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
 самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
 точно представить математические знания в области сложных вычислений в устной и письменной форме.

владеть:

навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов аддитивной комбинаторики;
предметным языком сложных вычислений и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по материалу предыдущего занятия.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Введение. Простейшие соотношения между размерами сумм множеств. Неравенство Плюннеке. Универсальные множества.
2. Структура множеств с малым удвоением. Леммы о покрытиях. Теорема Фреймана в группах с кручением.
3. Анализ Фурье на абелевых группах. Равномерные множества первого порядка. Теорема Рота.
4. Лемма регулярности Семереди. Теорема Ружи-Семереди о треугольниках.
5. Большие тригонометрические суммы.
6. Свойства множеств Бора.
7. Почти периодичность сверток характеристических функций. Арифметические прогрессии в суммах множеств.
8. Теорема Фреймана, полиномиальная гипотеза Боголюбова — современные оценки.
9. Теорема Балог-Семереди-Гауэрса. Старшие энергии, структурные теоремы.
10. Конструкция Беренда множеств без решений аффинных уравнений. Верхние оценки.
11. Нормы Гауэрса, равномерные множества старших порядков.
12. Теорема Семереди-Троттер, выпуклые множества. Суммы произведений: вещественный случай.

Темы для курсовых работ:

1. Суммы произведений: конечные поля, равномерная распределенность мультипликативных подгрупп.
2. Проблема Какея.

Критерии оценивания

Оценка "зачтено" выставляется студентам, способным ясно и полно излагать теоретическое содержание, отвечать на дополнительные вопросы и самостоятельно разбирать конкретные примеры и проводить вычисления.

Оценка "не зачтено" выставляется студентам, у которых в результате опроса выявлены существенные пробелы в освоении материала курса или которые не способны решать упражнения на применение представленных в курсе понятий.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Зачет проводится по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, предусмотренных программой дисциплины.

Во время проведения зачета обучающимся запрещается пользоваться помощью других лиц и мобильными телефонами, разрешается пользоваться программой учебной дисциплины и справочной литературой по выбору экзаменатора.